MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN CARAŞ-SEVERIN
Strada Ateneului 320112, Nr. 1, Reşița, Caraş-Severin, ROMÂNIA
Tel: 0255-214238; Fax: 0255-216042
E-mail: isjcaras@cs.ro; Web: http://www.cs.isj.edu.ro

CARAŞ-SEVERIN

100
2010
Anul Matematicii în Şcoala Românească
www.anulmatematicii.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ 2010 – FAZA LOCALĂ
13.02 2010

CLASA A IX-A
PROFIL TEHNIC ŞI SERVICII, RESURSE NATURALE, PROTECȚIA MEDIULUI

1. Se numerotează 10 cutii cu numere naturale consecutive, de la 1 la 10 şi în fiecare cutie se aşează un acelaşi număr de mere. După o oră, în fiecare cutie se mai pun câteva mere, folosind următoarea regulă: în cutia cu numărul *n* se adaugă *n* mere. Dacă acum sunt în total 145 de mere, calculați câte mere au fost la început în fiecare cutie..

2. Se spune că o mulțime *A* de numere reale are proprietatea *(P)* dacă pentru orice $x, y \in A$ avem $(x+y) \in A$ sau $x \cdot y \in A$. Stabiliți care dintre următoarele mulțimi au proprietatea *(P)* ,
justificând răspunsul:
a) $A_1 = \{2,4,6,8,...,2n,...\}, n \in \mathbb{N}^*$;
b) $A_2 = \{-1,0,1\}$;
c) $A_3 = [0,2]$;
d) $A_4 = \{3n-2 / n \in \mathbb{N}^*\}$.

3. Calculați x şi y ştiind că:
a) numerele $x-1,\ 3x-4,\ x+5$ formează, în această ordine, o progresie aritmetică;
b) numerele $2,\ \sqrt{11+5y},\ 1+7y$ formează, în această ordine, o progresie geometrică.

4. Pentru fiecare număr întreg *m* se consideră funcția $f_m : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f_m(x) = (m-1) \cdot x + 2 - m$.
a) Calculați $f_3(f_2(2))$;
b) Reprezentați în acelaşi sistem de axe de coordonate graficele funcțiilor f_3 şi f_4;
c) Arătați că graficele tuturor funcțiilor f_m trec printr-un acelaşi punct;
d) Determinați cel mai mare număr întreg k pentru care $f_3(k) < 2010$.
e) Determinați cea mai mare valoare a funcției f_3 pentru $x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$.

Notă:
Toate subiectele sunt obligatorii.
Timp de lucru: 3 ore
Fiecare problemă se punctează de la 0 la 7 puncte.